Ansgar Schiffler

Lösung zur 2. Übungsaufgabe ´Tilgungsrechnung´

Amélie und Frederick nehmen Schulden in Höhe von 140.000 € auf. Der Zinssatz beträgt 4,1%. Die Schulden sollen innerhalb von 15 Jahren getilgt werden.

a.) Bestimme die Höhe der Annuität.

$$A = K \cdot q^n \cdot \frac{q-1}{q^n - 1} = 140.000 \cdot 1{,}041^{15} \cdot \frac{1{,}041 - 1}{1{,}041^{15} - 1} \approx 12.679{,}96$$

Die Annuität beträgt ca. 12.679,96 €

b.) Erstelle die achte Zeile des Tilgungsplans.

Der Schuldenstand nach sieben Jahren:

$$S = K \cdot q^n - A \cdot \frac{q^n - 1}{q-1} = 140.000 \cdot 1{,}041^7 - 12.679{,}96 \cdot \frac{1{,}041^7 - 1}{1{,}041 - 1} \approx 85.019{,}50$$

Jahr	Schuldenstand am Jahresanfang in €	Annuität in €	Zinsen in €	Tilgung in €	Schuldenstand am Jahresende in €
8	85.019,50	12.679,96	3.485,80	9.194,16	75.825,34

c.) Wie viel Prozent der achten Annuität werden auf die Tilgung verwendet?

$$\frac{9.194{,}16}{12.679{,}96} \cdot 100\% \approx 72{,}51\%$$

Es werden ca. 72,51% der achten Annuität auf die Tilgung verwendet.

d.) Wie viele Zinsen sind insgesamt zu zahlen?

15 · 12.679,96 – 140.000 = 50.199,40

Die beiden zahlen über die gesamte Laufzeit 50.199,40 € Zinsen.

Nach 10 Jahren steigt der Zinssatz auf 4,9% an.

Annahme: die Annuität wird an den neuen Zinssatz angepasst.

e.) Bestimme die neue Annuität.

Der Schuldenstand nach 10 Jahren:

$$S = K \cdot q^n - A \cdot \frac{q^n - 1}{q-1} = 140.000 \cdot 1{,}041^{10} - 12.679{,}96 \cdot \frac{1{,}041^{10} - 1}{1{,}041 - 1} \approx 56.290{,}69$$

Nach 10 Jahren verbleiben 56.290,69 € Schulden.

$$A = K \cdot q^n \cdot \frac{q-1}{q^n-1} = 56.290,69 \cdot 1,049^5 \cdot \frac{1,049-1}{1,049^5-1} \approx 12.965,81$$

Die neue Annuität beträgt ca. 12.965,81 €.

<u>Annahme:</u> die Annuität bleibt unverändert!

f.) Wie viele Schulden verbleiben am Ende der Laufzeit?

$$S = K \cdot q^n - A \cdot \frac{q^n-1}{q-1} = 56.290,69 \cdot 1,049^5 - 12.679,96 \cdot \frac{1,049^5-1}{1,049-1} \approx 1.576,35$$

Am Ende der Laufzeit verbleiben 1.576,35 € Schulden.

Die Schulden sollen wie geplant nach insgesamt 15 Jahren getilgt sein.

g.) Wie hoch müsste eine einzige Sondertilgung zum Zeitpunkt der Zinserhöhung sein?

$$S = \frac{1.576,35}{1,049^5} = 1.241,01$$ **Die Sondertilgung müsste 1.241,01 € betragen.**

Erklärung: Würde die Sondertilgung erst am Ende der Laufzeit erfolgen, müsste sie natürlich 1.576,35 € betragen. Sie erfolgt aber 5 Jahre früher und somit muss der Betrag entsprechend angepasst werden.

i.) Wie hoch müssten zwei Sondertilgungen sein, wenn die erste ein Jahr und die zweite zwei Jahre nach der Zinserhöhung erfolgt und die zweite doppelt so hoch ist wie die erste?

$S \cdot 1,049^4 + 2 \cdot S \cdot 1,049^3 = 1.576,35 \quad | \ T$

$S \cdot (1,049^4 + 2 \cdot 1,049^3) = 1.576,35 \quad | : (\ \ )$

$S \approx 447,89 \qquad 2 \cdot 447,89 = 895,78$

Die erste Sondertilgung sollte ca. 447,89 € betragen und die zweite Sondertilgung sollte ca. 895,78 € betragen.